
論理リテラシー演習・解答解説付き (2)

首都大学東京 理工学研究科 数理情報科学専攻 准教授 鈴木 登志雄 2009/11/25

この文書は、以下のテキストの第4章「集合と論理の記号」の章末問題を補充するものです。

鈴木登志雄「論理リテラシー」培風館 (2009)

テキストの正誤表は以下のウェブサイトにあります ([http://](http://www.ac.auone-net.jp/%7Ebellp/book/ronrite2009/ronrite.html) に続けて)

www.ac.auone-net.jp/%7Ebellp/book/ronrite2009/ronrite.html

問題

問3 (問4への準備) x の値は0と1のどちらかであることはわかっているが、どちらであるか不明であるとする。このとき、以下の各々の不等式が成り立つかどうか判定せよ。ただし x の値次第で真にも偽にもなりうる不等式に対しては「真偽不明」と答えよ。

- (1) $x \leq x$
- (2) $x \leq 0$
- (3) $x \leq 1$
- (4) $0 \leq x$
- (5) $1 \leq x$

問4 (命題をつなぐ「ならば」. 真偽不明の命題がある場合) 命題 P は偽であり、命題 Q は真であるとする。また、命題 X の真偽は不明であるとする。このとき、以下の各々の命題の真偽を判定せよ。ただし X の真偽次第で真にも偽にもなりうる命題に対しては「真偽不明」と答えよ。

- (1) $X \rightarrow X$
- (2) $X \rightarrow P$
- (3) $X \rightarrow Q$
- (4) $P \rightarrow X$
- (5) $Q \rightarrow X$

解答・解説

問3 (問4への準備)の解答例

- (1) 成り立つ .
- (2) $x = 0$ のときは成り立つが $x = 1$ のときは成り立たないので真偽不明 .
- (3) 成り立つ .
- (4) 成り立つ .
- (5) $x = 1$ のときは成り立つが $x = 0$ のときは成り立たないので真偽不明 .

解説 未知数を含む不等式であっても, 真偽が確定する場合があることに注意せよ. たとえば(3)の不等式「 $x \leq 1$ 」の場合, $x = 0$ のときは「 $0 \leq 1$ 」となって成り立ち, $x = 1$ のときも「 $1 \leq 1$ 」となって成り立つ. (1), (4)の各々の場合も同様である.

表 1: x の値で場合分けした, 各々の不等式の解釈と真偽

x の値	$x \leq x$	$x \leq 0$	$x \leq 1$	$0 \leq x$	$1 \leq x$
0	$0 \leq 0$, 真	$0 \leq 0$, 真	$0 \leq 1$, 真	$0 \leq 0$, 真	$1 \leq 0$, 偽
1	$1 \leq 1$, 真	$0 \leq 1$, 偽	$1 \leq 1$, 真	$0 \leq 1$, 真	$1 \leq 1$, 真
結論	真	真偽不明	真	真	真偽不明

問4 (命題をつなぐ「ならば」. 真偽不明の命題がある場合)の解答例

- (1) 真 .
- (2) X が偽のときは成り立つが X が真のときは成り立たないので真偽不明 .
- (3) 真 .
- (4) 真 .
- (5) X が真のときは成り立つが X が偽のときは成り立たないので真偽不明 .

解説 真偽不明の命題を含む複合命題であっても, 真偽が確定する場合があることに注意せよ. たとえば(3)の命題「 $X \rightarrow Q$ 」を考えよう. X が偽のときは問1(別紙参照)の(2)と同様に「 $X \rightarrow Q$ 」は真である. また, X が真のときも, 問1の(4)と同様に「 $X \rightarrow Q$ 」は真である. 本問(1), (4)の各々の場合も同様である.