
集合と論理演習(1) 論理と集合の記号

首都大学東京 理工学研究科 数理情報科学専攻 准教授 鈴木 登志雄 2009/10/21

以下は、鈴木登志雄が2006年度後期に首都大学東京で「集合と論理演習」(理工学系数理科学コース1年)を担当したとき使用した問題の抜粋です。このとき用いたテキストは

田中一之・鈴木登志雄「数学のロジックと集合論」培風館(2003)

です。この文書にはテキスト第0章「論理と集合の記号」に関する問題を掲載しています。テキスト正誤表は以下のウェブサイトにあります([http://](http://www.ac.auone-net.jp/%7Ebellp/book/logic2003/sugakunologic.html)に続けて)

www.ac.auone-net.jp/%7Ebellp/book/logic2003/sugakunologic.html

問題

問1

集合 A, B, C に対して以下が成り立つことを説明せよ。図を用いた説明でもよい。

(1) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

(2) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

問2

命題 P, Q, R に対して以下を説明せよ。

(1) P と $P \rightarrow Q$ がともに成り立つとき、 Q は成り立つ。

(2) $P \rightarrow R$ と $Q \rightarrow R$ がともに成り立つとき、 $(P \vee Q) \rightarrow R$ は成り立つ。

(3) $P \rightarrow Q$ が成り立つからといって、必ずしも $Q \rightarrow P$ が成り立つとは限らない。

(4) $P \rightarrow Q$ が成り立つからといって、必ずしも $(\neg P) \rightarrow (\neg Q)$ が成り立つとは限らない。

問3

最大の素数はないことを示せ。

問4

$\sqrt{2}$ が無理数であることを示せ。

問5 数列 $\{a_n\}$ と実数 a についての以下の命題の否定命題を述べよ。ただし「ある正の数 ε があって」で始まる形で述べよ。

「任意の正の数 ε に対してある自然数 N が存在して、 N 以上の任意の自然数 n に対して $|a_n - a| < \varepsilon$ が成り立つ」

問6 以下の命題の否定命題を述べよ。ただし「ある正の数 ε があって」で始まる形で述べよ。

「任意の正の数 ε に対してある正の数 δ が存在して、 $|2 - x| < \delta$ となる任意の実数 x に対して $|x^2 - 4| < \varepsilon$ が成り立つ」